

OLIMPIADE ASTRONOMI Tingkat Provinsi - 2014

Copyright (c) 2014 Ridlo W. Wibowo (ridlo.w.wibowo@gmail.com)
Sulistiyowati (sulis.astro08@gmail.com)

Solusi ini dibuat tanpa jaminan kesesuaian dengan solusi resmi dari juri olimpiade sains bidang Astronomi. Pengguna boleh menyebarluaskan dan/atau memodifikasi solusi ini dengan mencantumkan sumber asli. Hak cipta soal ada pada Kemendiknas dan dilindungi undang-undang.

Soal Pilihan Berganda

1. Apakah yang dimaksud dengan luminositas Matahari?
 - A. Besarnya energi yang dipancarkan oleh Matahari
 - B. Besarnya energi Matahari yang diterima di permukaan Bumi
 - C. Kecerlangan Matahari yang diukur pada jarak tertentu
 - D. Terang sebenarnya Matahari yang sampai ke Bumi
 - E. Daya Matahari yang diterima di Bumi per satuan luas per satuan waktu

Jawaban: A

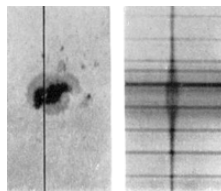
Luminositas Matahari menyatakan jumlah energi total yang dipancarkan Matahari per satuan waktu.

2. Secara spektroskopi, astronom mendeteksi kehadiran medan magnet pada objek-objek astronomi melalui
 - A. efek Zeeman
 - B. terowongan kuantum
 - C. keberadaan garis-garis Balmer
 - D. efek polarisasi
 - E. bentuk kurva benda hitam

Jawaban: A

Efek Zeeman adalah efek pemisahan sebuah garis spektrum menjadi beberapa komponen disebabkan oleh adanya medan magnet. Seperti halnya percobaan yang membuktikan bahwa orbital p memiliki 3 sub-orbital (lihat garis tunggal yang terlihat terpisah menjadi 3 garis seperti pada gambar dibawah ini).

Contoh:



Gambar. 1: Efek Zeeman diamati saat memeriksa spektrum bintang Matahari, menandakan aktifitas magnetik yang kuat. Hale - G.E. Hale, F. Ellerman, S.B. Nicholson, and A.H. Joy in ApJ Vol. 49, pps. 153-178.

3. Sebuah bintang memiliki jejari 2000 km dan temperatur 10000 K. Jika jarak bintang ini 10 parsek maka, maka bintang
- sulit diamati dengan mata telanjang karena jaraknya terlalu jauh
 - sulit diamati dengan mata telanjang karena nilai magnitudonya yang terlalu besar
 - relatif lebih mudah diamati dengan mata telanjang karena temperturnya yang tinggi
 - relatif lebih mudah diamati dengan mata telanjang karena nilai magnitudonya yang besar
 - tidak dapat disimpulkan apakah dapat diamati dengan mata telanjang atau tidak

Jawaban: A & B

Cek dulu pernyataan tersebut. Bandingkan dengan Matahari. Digunakan nilai magnitudo mutlak Matahari 4,8.

$$\begin{aligned}
 M - M_{\odot} &= -2,5 \log\left(\frac{L}{L_{\odot}}\right) \\
 &= -2,5 \log\left(\frac{4\pi R^2 \sigma T^4}{4\pi R_{\odot}^2 \sigma T_{\odot}^4}\right) \\
 M &= 15,15
 \end{aligned}$$

Pada jarak 10 parsek, magnitudo mutlak benda = magnitudo semunya, sehingga magnitudo hasil penghitungan di sini (15,15) berperan sebagai magnitudo semu yang teramati oleh mata manusia. Rata-rata mata manusia bisa mengamati objek langit hingga magnitudo 6, magnitudo ini terlalu redup (dengan kata lain terlalu besar) untuk bisa diamati dengan mata telanjang. Dengan pernyataan ini, jawaban B valid.

Pada jarak 10 parsek, objek ini terlalu redup untuk bisa diamati dengan mata telanjang. Namun, objek ini bisa jadi teramati jika jaraknya lebih dekat ke pengamat. Dengan demikian, pernyataan A juga valid.

4. Jarak dari pusat Bumi ke sebuah satelit yang bergerak melingkari Bumi dengan periode orbit 150
- $1,02 \times 10^8$ meter
 - $2,02 \times 10^8$ meter
 - $3,02 \times 10^8$ meter
 - $4,02 \times 10^8$ meter
 - $5,02 \times 10^8$ meter

Jawaban: E

Hukum ketiga Kepler dapat diturunkan dari hukum gravitasi Newton menjadi:

$$\frac{4\pi^2 a^3}{P^2} = GM$$

dalam kasus ini M adalah massa Bumi. Jika kita bandingkan antara satelit dan Bulan dengan jarak rata-rata Bumi-Bulan $a_m = 384400$ km, maka:

$$\begin{aligned}\frac{4\pi^2 a_s^3 / P_s^2}{4\pi^2 a_m^3 / P_m^2} &= \frac{GM_\oplus}{GM_\oplus} \\ \frac{a_s^3}{P_s^2} &= \frac{a_m^3}{P_m^2} \\ a_s &= a_m \sqrt[3]{\left(\frac{P_s}{P_m}\right)^2} \\ a_s &= a_m \sqrt[3]{(1.5)^2} \\ a_s &= 1.31 a_m \\ a_s &= 5.02 \times 10^8 \text{ meter}\end{aligned}$$

5. Panjang satu tahun kabisat pada Kalender Matahari Kala Sunda (KMKS) dan Kalender Matahari Gregorian (KMG) adalah 366. Panjang satu tahun basit pada kedua kalender tersebut adalah 365 hari. Aturan tahun kabisat pada KMKS adalah setiap tahun yang habis dibagi 4 dan tidak habis dibagi 128. Aturan tahun kabisat pada KMG adalah setiap tahun kelipatan 100 yang habis dibagi 400, atau setiap tahun bukan kelipatan 100 yang habis dibagi 4. Aturan tahun basit pada kedua kalender tersebut adalah tahun yang tidak memenuhi aturan tahun kabisat. Dengan demikian, dalam kurun waktu 51200 tahun

- KMG mempunyai 16 tahun kabisat lebih banyak daripada KMKS
- KMKS mempunyai 16 tahun kabisat lebih banyak daripada KMG
- KMG mempunyai jumlah tahun kabisat sama dengan KMKS
- KMG mempunyai 31 tahun kabisat lebih banyak daripada KMKS
- KMKS mempunyai 31 tahun kabisat lebih banyak daripada KMG

Jawaban: A

$$\text{Jumlah tahun kabisat pada KMKS selama 51200 tahun} = \frac{51200}{4} - \frac{51200}{128} = 12400$$

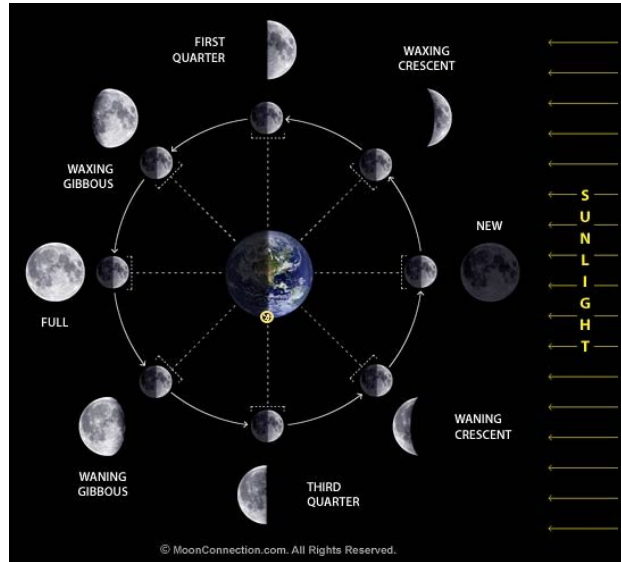
$$\text{Jumlah tahun kabisat pada KMG selama 51200 tahun} = \frac{51200}{4} - \frac{51200}{100} \frac{3}{4} = 12416$$

6. Jika sabit tipis Bulan tampak sesaat sebelum Matahari terbit, berarti Bulan menuju ke fase
- Bulan Baru
 - Seperempat pertama
 - Purnama
 - Seperempat akhir
 - Gembung Bulan

Jawaban: A

Saat Bulan sabit “tua” yaitu Bulan sedang menuju fase Bulan Baru maka ia akan terbit sesaat sebelum Matahari terbit, berada di meredian saat hampir tengah hari, dan akan tenggelam sesaat sebelum Matahari tenggelam. Hal ini dapat dijelaskan dengan sederhana menggunakan diagram fase Bulan seperti di bawah ini. Rotasi Bumi dan revolusi Bulan arah putarnya

berlawanan arah jarum jam, sehingga pagi hari adalah bagian bawah gambar Bumi. Terlihat bahwa posisi Bulan Baru adalah searah dengan arah Matahari, oleh karena itu jika dilihat oleh pengamat yang sedang mengalami “pagi hari” ia akan terbit hampir bersamaan dengan Matahari terbit.



Gambar. 2: Diagram fase Bulan. Sumber gambar: MoonConnection.com

7. Komposisi atom di fotosfer Matahari dapat dipelajari dengan
- mengamati jumlah bintang Matahari
 - menerapkan hukum pergeseran Wien dalam spektrum Matahari
 - menelaah garis absorpsi spektrum Matahari
 - mengamati Korona pada saat terjadinya Gerhana Matahari Total
 - mengamati siklus Matahari terus menerus

Jawaban: C

Tiap-tiap atom memiliki konfigurasi inti atom dan elektron sendiri-sendiri. Tiap elektron menempati lokasi (kulit) dengan tingkat energi yang spesifik, sehingga perpindahan elektron dari satu kulit ke kulit lain pun memerlukan energi yang spesifik pula. Elektron yang naik ke kulit lebih luar (tingkat energi lebih tinggi) akan menyerap energi yang dengan panjang gelombang tertentu yang bersesuaian dengan energi yang diperlukan. Absorpsi energi pada panjang gelombang tertentu oleh elektron-elektron atom tertentu ini dapat diamati pada spektrum bintang.

8. Jika Matahari berada pada jarak 4,37 tahun cahaya, apakah Matahari masih dapat kita amati tanpa alat bantu teleskop
- Tidak, karena jarak Matahari terlalu jauh dari Bumi sehingga sulit diamati hanya dengan mata telanjang
 - Ya, karena jarak tidak mempengaruhi seberapa besar fluks energi Matahari yang diterima di Bumi

- C. Tidak, karena luminositas Matahari menjadi jauh lebih kecil dibandingkan ketika berada lebih dekat dengan Bumi
- D. Ya, karena magnitudo semunya masih dalam rentang pengamatan mata manusia
- E. Belum bisa diketahui, bergantung temperatur Matahari ketika berada pada jarak yang lebih jauh

Jawaban: D

Misal menggunakan magnitudo mutlak Matahari = 4.83

$$\begin{aligned} m - M &= -5 + 5 \log d \\ m &= 4.83 - 5 + 5 \log 1.33675353 \\ m &= 0.46 \end{aligned}$$

jelas terlihat, karena $m < 6$.

9. Sebuah satelit dengan massa 1000 kg bergerak dalam orbit lingkaran pada ketinggian 400 km dari permukaan Bumi. Kecepatan linear satelit tersebut adalah
- A. 7,67 km/s
 - B. 7,90 km/s
 - C. 10,84 km/s
 - D. 11,20 km/s
 - E. 31,56 km/s

Jawaban: A

$$\begin{aligned} v_{circ} &= \sqrt{\frac{GM_{\oplus}}{R_{\oplus} + h}} \\ &= 7671,57m/s \\ &= 7,67km/s \end{aligned}$$

10. Berikut ini adalah koordinat ekuator dua benda langit pada tanggal 9 April 2014: Mars $\alpha = 13^h 12^m$, $\delta = -5^{\circ} 2'$ dan Matahari $\alpha = 1^h 10^m$, $\delta = +7^{\circ} 23'$. Dari sebuah pulau kecil dengan lintang geografis 0° , berapa lamakah pada malam itu Mars berada di atas horizon?
- A. 12 jam
 - B. 14 jam
 - C. 2 jam
 - D. 6 jam
 - E. 7 jam

Jawaban: A

Bagi pengamat di lintang geografis 0° semua bintang di langit akan berada di atas horizon yaitu sama ~ 12 jam (kecuali bintang yang berada tepat di atas Kutub), sehingga deklinasi

dua objek ini bisa dikatakan tidak berpengaruh pada lamanya ia di atas horizon. Pada tanggal 9 April selisih asensio rekta dari dua objek ini adalah ~ 12 jam, sehingga saat Matahari tenggelam akan bersamaan dengan terbitnya Mars, maka lama Mars berada di atas horizon saat malam hari itu adalah ~ 12 jam.

11. Dua bintang berjejeri sama masing-masing mempunyai temperatur 6000 K dan 5000 K. Energi yang dihasilkan oleh bintang yang temperaturnya lebih tinggi adalah ... kali lebih besar dari bintang yang temperaturnya lebih rendah.

- A. 1,2
- B. 1,4
- C. 1,6
- D. 1,8
- E. 2,1

Jawaban: E

Dengan menganggap bintang sebagai benda hitam sempurna, berlaku

$$E \propto T^4$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{T_1^4}{T_2^4}$$

$$= 2,1$$

12. Dari kurva Planck tiga pemancar benda hitam dengan temperatur masing-masing $T_1 = 12000$ K, $T_2 = 9000$ K, dan $T_3 = 6000$ K, maka perbandingan panjang gelombang intensitas maksimum pemancar adalah

- A. $\lambda_2 = 3\lambda_1/4$, $\lambda_3 = 2\lambda_1$
- B. $\lambda_2 = 4\lambda_1/3$, $\lambda_3 = \lambda_1/2$
- C. $\lambda_2 = 4\lambda_1/3$, $\lambda_3 = 2\lambda_1$
- D. $\lambda_2 = 3\lambda_1/4$, $\lambda_3 = \lambda_1/2$
- E. $\lambda_2 = 2\lambda_1$, $\lambda_3 = 4\lambda_1/3$

Jawaban: C

Hukum Wien menyatakan bahwa $\lambda_{max} = 0.002898/T$, atau panjang gelombang pada intensitas maksimum benda hitam berbanding terbalik dengan temperaturnya.

$$\lambda_2/\lambda_1 = T_1/T_2 = 4/3$$

$$\lambda_3/\lambda_1 = T_1/T_3 = 2$$

13. Venus adalah planet kedua terdekat dari Matahari setelah Merkurius, tetapi temperatur rata-rata permukaannya lebih tinggi dibandingkan dengan Merkurius. Hal ini disebabkan oleh

- A. bombardir meteor yang menerus di permukaan Venus
- B. albedo Venus yang sama dengan Merkurius yakni 0,75
- C. CO_2 pada atmosfer Venus memberikan efek rumah kaca
- D. kerapatan Venus sama dengan kerapatan Bumi yakni 5300 kg/m^3

E. ukuran Venus lebih besar daripada ukuran Merkurius

Jawaban: C

Venus memiliki atmosfer tebal yang didominasi CO_2 . CO_2 merupakan salah satu gas yang dapat menimbulkan efek rumah kaca. Sebagian energi Matahari yang datang ke Venus terjebak di dalam sehingga mengakibatkan temperatur permukaan Venus tinggi.

14. Pesawat rover Pathfinder yang diluncurkan oleh Amerika melakukan pemotretan di permukaan planet Mars, dengan perintah yang dikirim dari Bumi melalui gelombang radio. Perintah diberikan pada pukul 23:05 saat oposisi Mars. Jika proses menerima perintah, mengarahkan kamera, memotret lalu mengirimkan datanya ke Bumi membutuhkan waktu 7 menit, pada pukul berapa stasiun pengendali di Amerika menerima fotonya? Anggap Bumi dan Mars mengelilingi Matahari dalam orbit lingkaran.
- A. 23:09
 - B. 23:12
 - C. 23:16
 - D. 23:20
 - E. 23:25

Jawaban: D

Saat oposisi jarak Bumi-Mars = $0.52 SA = 77792000$ km

Waktu tempuh gelombang elektromagnetik = $\frac{77792000}{3 \times 10^8} = 259.3$ detik = 4.32 menit

Total waktu yang dibutuhkan = $4.32 \times 2 + 7 = 15.6$ menit

Jika sinyal dipancarkan pukul 23:05 maka dapat diperoleh sinyal balasan pada pukul 23:21

15. Agar sebuah teleskop dapat melihat dengan jelas sebuah kawah di Bulan dengan diameter 2 kilometer, maka teleskop itu harus mempunyai daya pisah
- A. kurang dari 1,0 detik busur
 - B. sekitar 1,2 detik busur
 - C. lebih besar dari 1,4 detik busur
 - D. 1,6 detik busur
 - E. antara 1,5 dan 1,8 detik busur

Jawaban: A

Tentukan diameter sudut kawah.

$$\sin \frac{\delta}{2} = \frac{1}{384400}$$

$$\delta = 1,02''$$

Diameter sudut kawah dari Bumi $\approx 1,02''$.

16. Jarak terdekat komet P/Halley (periode = 76 tahun) ke Matahari adalah 8.9×10^{10} meter. Eksentrisitasnya adalah

- A. 0,567
- B. 0,667
- C. 0,767
- D. 0,867
- E. 0,967

Jawaban: E

Menggunakan hukum Kepler III seperti pada soal sebelumnya akan diperoleh $a = \sqrt[3]{76^2} = 17.9422 \text{ SA} = 2.684153 \times 10^{12} \text{ meter}$.

$r_{min} = a(1 - e)$, sehingga diperoleh $e = 0.967$.

17. Pilih mana yang BENAR

- A. Panjang gelombang dari garis emisi yang dihasilkan oleh sebuah elemen berbeda dari panjang gelombang garis absorpsi yang dihasilkan oleh elemen yang sama.
- B. Energi foton berbanding terbalik dengan panjang gelombang radiasinya.
- C. Energi foton berbanding lurus dengan panjang gelombang radiasinya.
- D. Garis spektrum hidrogen relatif lemah pada Matahari karena Matahari mengandung hidrogen yang lebih sedikit.
- E. Garis Fraunhofer adalah garis emisi dalam spektrum Matahari.

Jawaban: B

Menurut Planck, satu foton memiliki energi sebesar

$$E = \frac{hc}{\lambda}$$

dengan λ menyatakan panjang gelombang.

Pilihan Ganda Bersyarat

- A. jika 1, 2, dan 3 benar
- B. jika 1 dan 3 benar
- C. jika 2 dan 4 benar
- D. jika 4 saja benar
- E. jika semua benar

18. Hingga saat ini, anggota Tata Surya yang diketahui mempunyai medan magnet adalah

- 1. Bumi
- 2. Venus
- 3. Jupiter
- 4. Mars

Jawaban: B

Mars dan Venus diketahui memiliki medan magnet yang sangat kecil, diduga ia tidak memiliki inti cair yang bergerak (atau sudah membeku) yang merupakan sumber medan magnet sebuah planet.

19. Satelit alami yang saat ini diketahui TIDAK mempunyai atmosfer adalah

1. Bulan
2. Titan
3. Phobos
4. Io

Jawaban: B

Gravitasi Bulan dan Phobos tidak mampu mengikat gas untuk dijadikan sebagai lapisan atmosfer. Meskipun Titan dan Io gravitasinya tidak jauh berbeda dengan Bulan namun lokasi yang jauh dari Matahari menjadikan suhunya lebih dingin. Suhu yang dingin ini mengakibatkan energi kinetik yang dimiliki gas tidak terlalu besar untuk menjadikannya lepas dari ikatan gravitasi.

20. Jika kita menggunakan teropong bintang untuk meneropong objek-objek di permukaan Bumi, akan tampak citranya terbalik. Sesungguhnya ahli optik dapat saja membuatnya tidak terbalik, seperti jika kita menggunakan teropong medan (binokuler). Mengapa teropong bintang tidak dirancang untuk menghasilkan citra tegak? Karena untuk menghasilkan citra tegak

1. biaya produksi akan lebih tinggi
2. diperlukan lensa tambahan yaitu lensa pembalik
3. risiko kehilangan energi cahaya di dalam teropong akan lebih besar
4. tidak sesuai dengan prinsip-prinsip astronomi

Jawaban: A

Butuh lensa tambahan untuk membalikkan citra, hal ini akan menambah biaya produksi, risiko kehilangan energi cahaya, serta gangguan lain pada citra.

Soal Essay Pendek

21. Dari definisi pergeseran merah (*redshift*, z) dan hukum pergeseran Wien akan didapatkan hubungan temperatur dan *redshift*, $T(z)$. Saat ini temperatur radiasi latar belakang (*Cosmic Microwave Background*, *CMB*) yang teramati adalah sebesar 2,7 K. Berapa temperatur *CMB* pada pergeseran merah $z=9$?

Jawaban:

Hukum Wien menyatakan hubungan antara panjang gelombang dan temperatur sebagai berikut.

$$\lambda = \frac{b}{T}$$

sehingga berlaku

$$\begin{aligned} z = \frac{\lambda_{obs} - \lambda_e}{\lambda_e} &= \frac{\frac{b}{T_{obs}} - \frac{b}{T_e}}{\frac{b}{T_e}} \\ z &= \frac{T_e}{T_{obs}} - 1 \\ T_e &= (z + 1)T_{obs} \\ T_e &= 27K \end{aligned}$$

Temperatur *CMB* pada pergeseran merah $z=9$ adalah 27 K.

22. Sebuah asteroid mengorbit Matahari tepat di bidang ekliptika, di antara orbit Mars dan Jupiter. Jejari orbit asteroid tersebut adalah 2,6 SA. Jika hari ini asteroid tersebut tepat berada di belakang Matahari, maka hitunglah berapa hari diperlukan agar asteroid kembali tepat berada di belakang Matahari?

Jawaban:

Periode sideris asteroid ini adalah $\sqrt[3]{2.6^3} = 4.19237$ tahun.

Hari ini asteroid berada di belakang Matahari relatif terhadap kita pengamat di Bumi (konjungsi superior), maka ia akan kembali lagi berada di belakang Matahari lagi setelah satu kali periode sinodis relatif terhadap Bumi:

$$\begin{aligned} \frac{1}{S} &= \frac{1}{P_B} - \frac{1}{P_A} \\ \frac{1}{S} &= \frac{1}{1} - \frac{1}{4.19237} \end{aligned}$$

$S = 1.3132465$ tahun

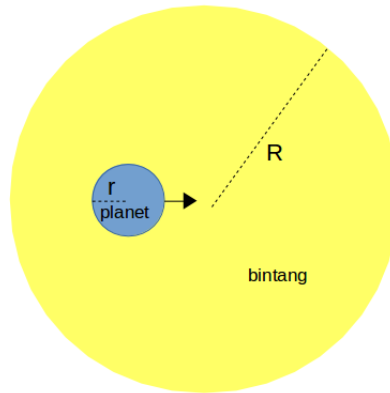
$S = 479.66 \cong 480$ hari

Asteroid ini akan mengalami konjungsi lagi diamati oleh kita di Bumi setelah 480 hari lagi.

23. Dilihat dari Bumi, sebuah eksoplanet transit di depan bintang induknya sehingga membuat bintang induk tampak meredup 0,0128 magnitudo. Jika cahaya pantulan dari planet dapat diabaikan, berapakah perbandingan jejari planet terhadap bintang induknya?

Jawaban:

Sketsa keadaan:



Gambar. 3: Planet transit di depan bintang induk.

Sebagian permukaan bintang tertutup oleh planet. Planet dianggap sebagai benda gelap yang tidak berkontribusi pada kecerlangan yang pengamat terima. Dengan demikian, berlaku:

$$\begin{aligned}
 m_{transit} - m_0 &= -2,5 \log \frac{E_{transit}}{E_0} \\
 0,0128 &= -2,5 \log \frac{E_0 - \frac{A_{planet}}{A_{bintang}} E_0}{E_0} \\
 0,0128 &= -2,5 \log \left(1 - \frac{A_{planet}}{A_{bintang}} \right) \\
 \log \left(1 - \frac{A_{planet}}{A_{bintang}} \right) &= \frac{-0,0128}{2,5} \\
 \log \left(1 - \frac{\pi r^2}{\pi R^2} \right) &= \frac{-0,0128}{2,5} \\
 1 - \frac{\pi r^2}{\pi R^2} &= 0,98828 \\
 \frac{\pi r^2}{\pi R^2} &= 0,01172 \\
 r &= 0,11
 \end{aligned}$$

Jari-jari planet sekitar 0,11 kali jari-jari bintang induknya.

24. Setiap satu reaksi penggabungan nuklir di pusat Matahari melibatkan 6 proton yang akhirnya menghasilkan kembali 2 proton dan 1 inti helium (${}^4_2\text{He}$). Dengan mengabaikan massa nukleon lain (misal positron), hitunglah besar energi per detik yang dihasilkan jika jumlah reaksi per

detik sebanyak 10^{34} .

Jawaban:

Energi yang dihasilkan berasal dari perubahan massa menjadi energi, dalam sekali reaksi

$$E = \Delta m \cdot c^2 \text{ dengan } \Delta m \cong (4 \times m_p) - (1 \times m_{\text{He}})$$

$$\text{massa proton } (m_p) = 1.67262178 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\text{massa inti He } (m_{\text{He}}) = 6.64465675 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\text{kecepatan cahaya } (c) = 299792458 \text{ m/s}$$

$$\Delta m = 4.583 \times 10^{-29} \text{ kg}$$

$$E = 4.119 \times 10^{-12} \text{ Joule}$$

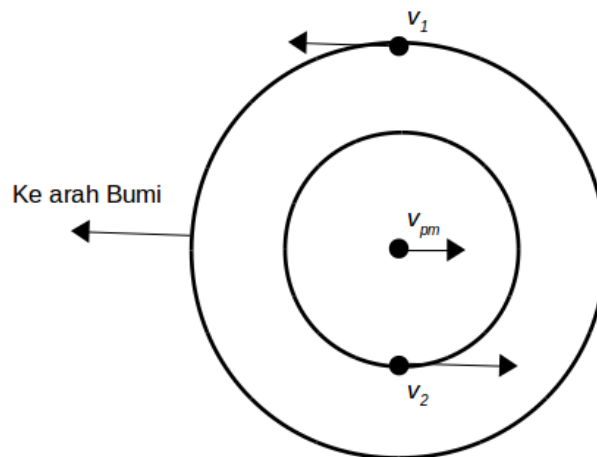
Jika terdapat 10^{34} reaksi tiap detik maka energi yang dihasilkan adalah 4.119×10^{22} Joule.

25. Berdasarkan konfigurasi bintang ganda spektroskopi relatif terhadap pengamat yang sebidang dengan bidang orbit sistem bintang ganda, seperti di gambar bawah, buatlah kurva kecepatan radial (dalam km/s) terhadap fase orbit. Diketahui

A. $M_1 = 1M_{\odot}$, $M_2 = 2M_{\odot}$

B. Periode orbit, $P = 30$ hari

C. Kecepatan radial titik pusat massa, $v_{pm} = +42$ km/s



Gambar. 4: Sketsa bintang ganda.

Jawaban: Mula-mula tentukan kecepatan orbit masing-masing bintang terhadap pusat massa, asumsi orbit lingkaran.

$$M_1 r_1 = M_2 r_2 \tag{1}$$

Untuk a dalam sa dan P dalam tahun, berlaku:

$$\frac{a^3}{P^2} = M_1 + M_2 \tag{2}$$

dengan $a = r_1 + r_2$.

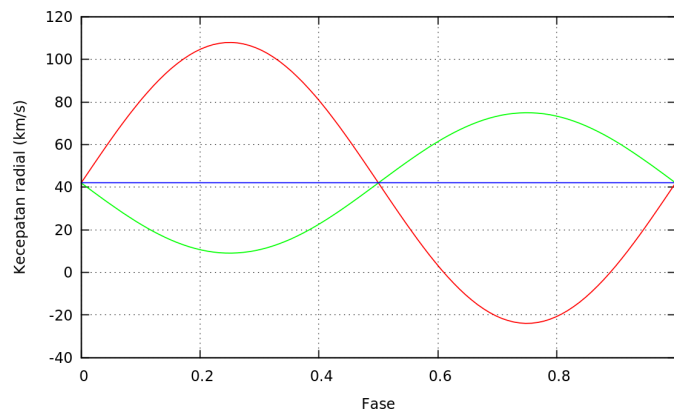
$$\begin{aligned}\frac{a^3}{P^2} &= M_1 + M_2 \\ \frac{(r_1 + r_2)^3}{P^2} &= M_1 + M_2 \\ r_1 + r_2 &= 0,27sa \\ r_1 + r_2 &= 4,08 \times 10^7 km\end{aligned}$$

Masukkan hasil tersebut ke persamaan (1), didapat:

$$r_1 = 2,72 \times 10^7 km$$

$$r_2 = 1,36 \times 10^7 km$$

sehingga didapat $v_1 = \frac{2\pi r_1}{P} = 65,910 km/s$ dan $v_2 = \frac{2\pi r_2}{P} = 32,955 km/s$. Dengan bantuan gambar di atas, tampak bahwa kecepatan radial maksimum dan minimum bintang pertama: $v_{1-max} = v_1 + v_{pm} = 107,910 km/s$ dan $v_{1-min} = -v_1 + v_{pm} = -23,910 km/s$, sedangkan untuk bintang kedua $v_{2-max} = v_2 + v_{pm} = 74,955 km/s$ dan $v_{2-min} = -v_2 + v_{pm} = 9,045 km/s$. Fase ditentukan dari $\frac{t}{P}$. Kurva kecepatan radial didapat sebagai berikut:



Gambar. 5: Kurva kecepatan radial bintang ganda, garis merah menyatakan kecepatan bintang pertama, garis hijau menyatakan bintang kedua.

Soal Essay Panjang

26. Sebuah satelit geostationer yang massanya 800 kg mengelilingi Bumi dalam orbit lingkaran. Tiba-tiba satelit itu ditabrak oleh sebuah meteoroid kecil yang massanya 120 kg. Dilihat dari Bumi, meteoroid itu bergerak di bidang langit dengan kecepatan 4,2 km/s, dengan arah mirip gerak satelit tapi membentuk sudut kira-kira 30° terhadap arah gerak satelit tersebut. Setelah tabrakan, meteoroid itu melekat ke dalam satelit tapi tidak menghancurkannya. Berapa kecepatan satelit sesaat setelah tumbukan dan kemana arahnya yang baru?

Jawaban:

Hukum Kepler dapat diturunkan dari gerak melingkar dan gravitasi Newton. Asumsi orbit lingkaran dan $M \gg m$

$$F_s = F_g$$

$$ma_s = \frac{GMm}{r^2}$$

$$\frac{v^2}{r} = \frac{GM}{r^2} \rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}}, v = \frac{2\pi r}{P}$$

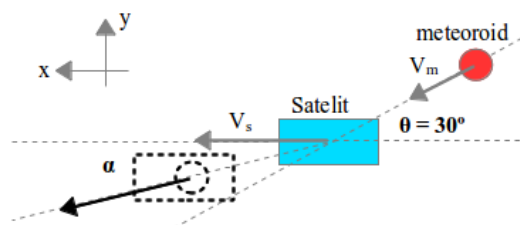
$$\frac{4\pi^2 r^3}{P^2} = GM$$

Satelit geostationer merupakan satelit dengan gerak searah rotasi Bumi dan periode sama dengan periode rotasi Bumi ($P = 23^h 56^m$). Oleh karena itu akan diperoleh jarak satelit dari Bumi (r) $\cong 42164$ km

Kecepatan orbit satelit dapat dihitung dengan

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \text{ atau } v = \frac{2\pi r}{P}$$

$$v_s \cong 3.0746 \text{ km/s}$$



Gambar. 6: Skema tumbukan dimana kedua objek menyatu setelah terjadi tumbukan (tidak lenting sama sekali).

dengan skema tumbukan dan arah sumbu koordinat yang digunakan seperti di atas, maka dapat diuraikan:

$$v_{sx} = v_s = 3.0746 \text{ km/s}$$

$$v_{sy} = 0 \text{ km/s}$$

$$v_{mx} = v_m \cos \theta = 3.6373 \text{ km/s}$$

$$v_{my} = v_m \sin \theta = 2.1 \text{ km/s arah } y\text{-neg}$$

Hukum kekekalan momentum

Sumbu- x

$$m_s v_{sx} + m_m v_{mx} = (m_s + m_m) v_x$$

$$v_x = 3.148 \text{ km/s}$$

Sumbu- y

$$m_s v_{sy} + m_m v_{my} = (m_s + m_m) v_y$$

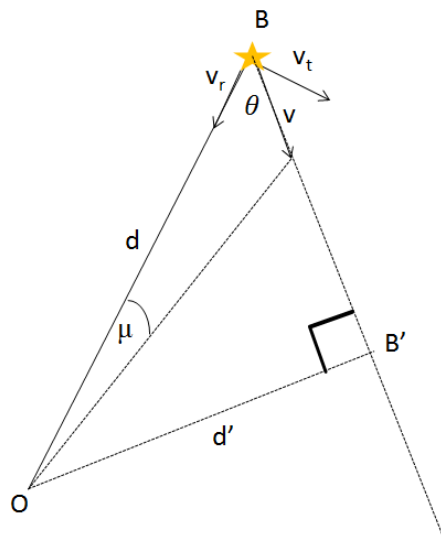
$$v_y = -0.274 \text{ km/s}$$

Sesaat setelah tumbukan kecepatan satelit $v = 3.148\hat{i} - 0.274\hat{j}$, sehingga besarnya $\|v\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 3.16 \text{ km/s}$. Arahnya dapat ditentukan dengan $\tan \alpha = \frac{v_y}{v_x}$, sehingga diperoleh satelit berbelok sebesar $\alpha \cong 5^\circ$ ke arah gerak meteoroid.

27. Bintang Barnard adalah salah satu bintang dekat Matahari yang memiliki gerak diri terbesar ($\mu=10,34''$ /tahun). Bintang tersebut memiliki kecepatan radial sebesar -108 km/s , dan paralaks sebesar $0,546''$. Suatu saat di masa depan, bintang tersebut akan berpapasan dekat dengan Matahari. Gambarkanlah komponen kecepatan bintang Barnard terhadap Matahari! Hitunglah jarak terdekat bintang Barnard terhadap Matahari dan kapan saat itu terjadi?

Jawaban:

Sketsa:



Gambar. 7: B menyatakan posisi bintang Barnard sekarang terhadap pengamat O di Matahari, v menyatakan kecepatan ruang bintang Barnard, d jaraknya sekarang dan d' jarak terdekat bintang Barnard suatu hari nanti.

Dengan geometri seperti pada gambar, berlaku

$$\begin{aligned}
\sin \theta &= \frac{d'}{d} = \frac{v_t}{v} \\
\frac{d'}{d} &= \frac{v_t}{\sqrt{v_r^2 + v_t^2}} \\
\frac{d'}{d} &= \frac{4,74\mu d}{\sqrt{v_r^2 + (4,74\mu d)^2}} \\
\frac{d'}{d} &= \frac{4,74\frac{\mu}{p}}{\sqrt{v_r^2 + (4,74\frac{\mu}{p})^2}} \\
d' &= 1,17pc \\
t &= \frac{d \cos \theta}{v} \\
t &= 9,81 \times 10^3 \text{tahun}
\end{aligned}$$

Jarak terdekat bintang Barnard 1,17 pc dan jarak ini akan dicapai $9,81 \times 10^3$ tahun kemudian.

28. Dua buah gugus bintang, A dan B, yang terletak pada arah bujur galaksi $l = 30^\circ$ memiliki kesamaan dalam jumlah bintang anggota, bentuk diagram Hertzsprung-Russel (HR), dan sebaran kecepatan. Gugus A tampak berdiameter $1'$, berjarak 150 parsek, dan magnitudo semu bintang deret utama di titik belok diagram HR adalah $m_v = 3,56$. Gugus B tampak berdiameter $6'$ dan magnitudo semu bintang deret utama di titik belok adalah $m_v = 10,18$. Hitung berapa absorpsi antar bintang pada arah $l = 30^\circ$ dalam satuan magnitudo per kiloparsek!

Jawaban:

Keterangan yang diberikan menjurus pada asumsi atau kesimpulan bahwa gugus A dan B adalah dua gugus identik dengan diameter yang sama $D_A = D_B$. Sehingga jika $d_A = 150$ parsek, maka $d_B = \frac{60'}{1'} \times d_A = 1500$ parsek.

Dua bintang yang dibandingkan dapat diasumsikan pula sebagai dua bintang identik ($L_1 = L_2$ atau $M_1 = M_2$).

$$\begin{aligned}
m_1 - M_1 &= -5 + 5 \log d_A + kd_A \\
m_2 - M_2 &= -5 + 5 \log d_B + kd_B \\
m_1 + 5 - 5 \log d_A - kd_A &= m_2 + 5 - 5 \log d_B - kd_B \\
m_1 - 5 \log d_A - kd_A &= m_2 - 5 \log d_B - kd_B \\
k(d_B - d_A) &= m_2 - m_1 + 5 \log(d_A/d_B) \\
k &= \frac{10.18 - 3.56 + 5 \log(150/1500)}{1500 - 150} \\
k &= 0.0012
\end{aligned}$$

diperoleh absorpsi antar bintang $k = 0.0012 \text{ mag/pc} = 1.2 \text{ mag/kpc}$

29. Diketahui periode rotasi Matahari di ekuatornya saat ini adalah 25 hari. Asumsikan massa Matahari kekal selama evolusinya. Jika Matahari berevolusi hingga akhirnya menjadi Katai Putih dengan kerapatan massa $2,51 \times 10^9 \text{ kg/m}^3$,

- A. hitunglah jejari dan periode rotasi Katai Putih!
 B. bagi planet-planet di Tata Surya, apakah akan mengalami perubahan pada periode dan ukuran orbitnya? Jelaskan!

Jawaban:

- A. Dengan massa tetap, $M_{\odot} = 4\pi r^3 \rho$, $r = 5750,39 \text{ km}$.

$$M_{\odot} = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$$

$$R_{\odot} = 696000 \text{ km}$$

Asumsikan Matahari dan katai putih yang terbentuk nantinya merupakan benda pejal. Periode rotasi dihitung menggunakan prinsip kekekalan momentum sudut $L = I\omega = \text{konstan}$, sehingga berlaku:

$$\begin{aligned} (I\omega)_{awal} &= (I\omega)_{akhir} \\ \frac{2}{5}M_{\odot}R_{\odot}^2 \frac{2\pi}{P_{\odot}} &= \frac{2}{5}M_{\odot}r^2 \frac{2\pi}{P_{katai}} \\ P_{katai} &= \left(\frac{r}{R_{\odot}}\right)^2 P_{\odot} \\ &= 0,0017 \text{ hari} \\ &\approx 2,5 \text{ menit} \end{aligned}$$

- B. Radius maupun periode orbit planet-planet di Tata Surya tidak akan berubah karena besaran-besaran tersebut hanya bergantung pada massa Matahari (sebagai massa yang sangat dominan di Tata Surya). Massa Matahari tidak berubah, energi total sistem tetap, maka radius orbit dan periode planet-planet akan tetap.

30. Apabila garam dipanaskan, cahaya kuning yang terdiri atas dua garis emisi yang terpisah cukup dekat, yakni pada panjang gelombang 588,997 nm dan 589,594 nm akan dipancarkan. Garis-garis ini disebut garis Natrium D (*Sodium D lines*) dan diamati oleh Fraunhofer dalam spektrum Matahari. Apabila cahaya ini jatuh pada sebuah kisi difraksi dengan 300 baris per milimeter, maka berapakah sudut antara spektrum orde kedua dari kedua panjang gelombang ini? Agar kedua garis emisi dapat dipisahkan, berapa baris per milimeter kisi yang diperlukan? (Diketahui $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$)

Jawaban:

$$\text{Grating } (N) = 300 \text{ baris/mm}$$

$$\text{Jarak antar "grate" atau konstanta kisi } (d) = 1/300 \text{ mm}$$

Pola terang untuk kisi difraksi mengikuti persamaan

$$d \sin \theta = n\lambda$$

dengan $n = 1, 2, 3, \dots$

Dapat dihitung untuk orde-2 ($n = 2$) sudut yang dibentuk terhadap arah sinar datang untuk masing-masing panjang gelombang adalah

$$\theta_1 = 20.6953056549^\circ$$

$$\theta_2 = 20.7172462492^\circ$$

$$\text{sehingga } \Delta\theta = 0.0219405943^\circ$$

Untuk dua panjang gelombang yang hampir sama besarnya, λ_1 dan λ_2 , dimana kisi difraksi hampir tidak dapat memisahkannya, didefinisikan *resolving power* (kemampuan memisahkan) dari kisi difraksi sebagai:

$$R = \frac{\lambda}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

semakin besar resolusi kisi difraksi artinya semakin kecil dua panjang gelombang yang dapat dipisahkan.

Resolusi kisi difraksi untuk orde difraksi ke- m adalah

$$R = Nm$$

Semakin besar *grating* dari kisi difraksi yang tersinari dan orde difraksi berarti semakin besar pula resolusinya.

Dapat diambil λ rerata sebagai acuan yaitu 589.2955 nm, dan $\Delta\lambda = 0.597$ nm.

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{589.2955}{0.597} = 987.1$$

sehingga jumlah minimal garis yang disinari agar dapat memisahkan dua panjang gelombang di atas pada orde difraksi ke-2 adalah $N = R/m = 493.55 \cong 494$ baris. Dalam soal tidak diketahui lebar cahaya dan/atau lebar kisi, maka dengan asumsi lebar cahaya yang diterima kisi difraksi adalah 1 mm, maka butuh kisi difraksi dengan *grating* 494 baris/mm.